

## 04547 - Economia Urbana

Cognome (in stampatello): \_\_\_\_\_

Nome (in stampatello): \_\_\_\_\_

Numero di matricola: \_\_\_\_\_

Corso di Laurea: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

Raccomandazioni generali:
---------------------------

1. I compiti senza cognome, nome, numero di matricola, data e firma sono nulli;
2. Compilate con cognome, nome e numero di matricola anche i fogli utilizzati per lo svolgimento dell'esame; questi fogli, compresi quelli utilizzati per la brutta, andranno tutti riconsegnati;
3. Rispondete a BIRO, la matita è ammessa solo per i grafici;
4. Tempo a disposizione: 2 ore.

### Esercizio 1: Segregazione urbana (15 punti)

Nell' modello di segregazione urbana la popolazione totale è pari a 1. La funzione di utilità del tipo di abitante  $j$  nel quartiere  $i$  è

$$U_j^i = W - H^i - T^i + \alpha_j v(P^i) \quad (1)$$

dove  $W$  è il reddito,  $H^i$  è il costo delle abitazioni,  $T^i$  sono i costi di trasporto, mentre il termine  $\alpha_j v(P^i)$  rappresenta lo spillover sociale, funzione della quota di poveri nella zona ( $P^i$ ). I due quartieri in cui è divisa l'area urbana sono la città, *City*, e la campagna, *Suburb*. Il prezzo delle case in campagna è costante e pari a  $K$ . In città ci sono  $C$  case, ed i costi di trasporto sono pari a  $\tau$ . In campagna ci sono  $1 - C$  case ed i costi di trasporto sono  $\tau + \Delta$ . I due tipi di abitanti sono i poveri, indicati con il pedice  $j = P$ , ed i ricchi, indicati con il pedice  $j = R$ . La quota totale di poveri nella popolazione è anch'essa indicata con  $P$ . Si assuma inoltre che  $\alpha_P > \alpha_R$ . Si chiede di rispondere alle seguenti domande.

1. Nel caso del mixing equilibrium spaziale, tale per cui  $P^{City} = P^{Suburb} = P$ , si determini il prezzo di equilibrio delle case in città. Si determini in questo caso l'utilità indiretta sia dei poveri che dei ricchi.
2. Nel caso di equilibrio di segregazione dei poveri in città, si determini il prezzo di equilibrio delle case in città. Si determinino le utilità indirette dei poveri e dei ricchi sia in città che in campagna.
3. Nel caso di equilibrio di segregazione dei ricchi in città, si determini il prezzo di equilibrio delle case in città. Si determinino le utilità indirette dei poveri e dei ricchi sia in città che in campagna.

Si consideri ora il modello di segregazione che mette in rilievo il ruolo delle diverse **esigenze abitative** di poveri e ricchi. In questo caso la funzione di utilità è

$$U_j^i = W - T_j^i - H_j^i$$

I poveri hanno bisogno di una unità di terra per vivere, mentre i ricchi hanno bisogno di  $\lambda_{Land} > 1$  unità. In città i costi di trasporto sono pari a  $\tau$  per entrambi i tipi di abitanti, mentre, se si vive in campagna, sono pari a  $\tau + \Delta$  per i poveri e  $\tau + \lambda\Delta$  per i ricchi, con  $\lambda > 1$ . Si indichi con  $D$  la differenza di prezzo di una unità di terra tra città e campagna. Si consideri l'equilibrio di segregazione dei poveri in città.

1. A quanto è uguale  $D$  nell'equilibrio di segregazione dei poveri in città?
2. Quale condizione deve essere verificata affinché questo equilibrio esista? Si dia l'interpretazione economica di questa condizione collegandola anche all'elasticità rispetto al reddito dei costi di trasporto e della domanda abitativa.

**Esercizio 2: Rendimenti crescenti dalla varietà di beni intermedi** (12 punti)

Si consideri l'Argomento relativo ai rendimenti crescenti che scaturiscono dalla varietà di beni intermedi presenti nelle città. I produttori del bene finale utilizzano beni intermedi per la produzione e pertanto la funzione di produzione di un generico settore finale è

$$Y = \left\{ \int_{h=0}^n [x(h)]^{\frac{1}{1+\epsilon}} dh \right\}^{1+\epsilon} \quad (2)$$

dove  $n$  è il numero totale di varietà di beni intermedi,  $x(h)$  è la quantità della varietà  $h$  utilizzata nella produzione del bene finale e  $0 < \epsilon < \infty$ .

1. Si dimostri che la funzione di produzione (2) ha rendimenti costanti di scala. Si scriva (senza risolverlo) il problema di ottimizzazione che viene risolto nel settore finale, **sia** come minimizzazione del costo totale dei beni intermedi sotto il vincolo di una certa produzione di output, **che** come massimizzazione dell'output sotto il vincolo di un certo costo totale.
2. La produzione degli  $n$  beni intermedi avviene in concorrenza monopolistica. Ciascun produttore della varietà  $h$  ha una funzione di produzione pari a

$$x(h) = \beta \cdot l(h) - \alpha$$

dove  $x(h)$  è la quantità che può essere destinata alla vendita,  $l(h)$  è il numero di lavoratori impiegati, mentre  $\alpha$  e  $\beta$  sono dei parametri tecnologici. Si scriva la produttività marginale e la produttività media in termini di  $x(h)$  di una unità di lavoro, determinando altresì il costo medio totale ed il costo marginale di una unità di bene intermedio. Infine si scriva l'espressione del prezzo finale della varietà  $h$  di bene intermedio come mark-up del costo marginale.

3. Abbandonando l'indice  $h$ , si scriva l'occupazione di equilibrio di una impresa che produce il bene intermedio,  $l$ , la sua produzione di equilibrio  $x$ , il numero totale di produttori di beni intermedi  $n$  e la produzione totale del settore finale  $Y$ . Si commenti sulla relazione di equilibrio che lega  $Y$  alla dimensione totale della forza lavoro impiegata nel settore dei beni intermedi,  $L$ .

**Esercizio 3: Reading List** (Concorre a formare 5 punti assieme alla presentazione in classe)

1. Si consideri la seguente Tabella estratta da Brueckner & Fansler (1983), dove si forniscono i valori calcolati della elasticità della dimensione totale delle aree urbanizzate rispetto a tre variabili esogene: la popolazione totale della città,  $L$ , la rendita del terreno agricolo circostante l'area urbanizzata,  $r_a$ , il reddito medio dei nuclei familiari residenti,  $y$ .

	$L$	$r_a$	$y$
<i>TRANSIT</i> equation	1.097	-0.234	1.497
<i>AUTOS</i> equation	1.086	-0.231	1.496

Si commenti il ruolo delle variabili  $L$ ,  $r_a$  e  $y$  nel determinare la dimensione dell'area urbanizzata alla luce del modello di Alonso-Muth-Mills.