

Cognome (in stampatello): \_\_\_\_\_

Nome (in stampatello): \_\_\_\_\_

Numero di matricola: \_\_\_\_\_

Corso di Laurea: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

Regole generali:
------------------

1. I compiti senza cognome, nome, numero di matricola, data e firma sono nulli;
2. Compilate con cognome, nome e numero di matricola anche i fogli utilizzati per lo svolgimento dell'esame; questi fogli, compresi quelli utilizzati per la brutta, andranno tutti riconsegnati;
3. Rispondete a due domande a scelta su tre della Sezione A ed alla domanda della Sezione B;
4. Rispondete a BIRO, la matita è ammessa solo per i grafici;
5. Tempo a disposizione: 2 ore.

## SEZIONE A

### Esercizio: Segregazione urbana in base alla razza

Si consideri l'Argomento relativo alla segregazione urbana in base alla razza. Si chiede di rispondere alle seguenti domande.

1. In un modello con due quartieri, ciascuno di dimensione  $1/2$ , la quantità totale di popolazione è pari a 1, mentre la quota totale di immigrati è  $P$ . L'utilità degli italiani che vivono nel quartiere 1 è

$$U_W^1 = R - H^1 - \alpha_W P^1 + a_W$$

dove  $R$  è il reddito,  $H^1$  è il costo delle abitazioni del quartiere 1,  $\alpha_W P^1$  è lo spillover sociale e  $a_W$  è il termine idiosincratice di preferenza per il quartiere 1 degli italiani. L'utilità degli immigrati che vivono nel quartiere 1 è

$$U_B^1 = R - H^1 + \alpha_B P^1 + a_B - G$$

dove la simbologia è simile alla precedente ed in più  $G$  è il costo esogeno pagato dagli immigrati per abitare in 1. Le utilità degli italiani e degli immigrati nel quartiere 2 sono, rispettivamente,

$$U_W^2 = R - H^2 - \alpha_W P^2$$

$$U_B^2 = R - H^2 + \alpha_B P^2$$

Nel caso in cui  $P^1 = P^2 = P$  e  $G = 0$  si **dimostri analiticamente** a quanto deve essere uguale il differenziale di prezzo  $Q \equiv H^1 - H^2$  affinché si abbia un *mixing equilibrium* spaziale.

2. Sempre nello stesso modello con due quartieri, si ipotizzi l'esistenza di un equilibrio di segregazione degli immigrati nel quartiere 2, tale per cui la proporzione di immigrati in 1 è  $P^1 = 0$ , mentre la proporzione di immigrati in 2 è  $P^2 = 2P$ . Si determini in questo caso a quanto è uguale il differenziale di prezzo  $Q$  ed il valore di  $a_W$  per l'italiano indifferente a vivere nei due quartieri.
3. Si determini il valore massimo che può raggiungere il termine idiosincratice di preferenza per il quartiere 1 degli immigrati,  $a_B$ , in funzione delle variabili esogene del modello, affinché sia sostenibile l'equilibrio di segregazione con tutti gli immigrati nel quartiere 2.
4. In Economia Urbana, l'indice di dissimilarità è definito come

$$\text{Dissimilarity Index} = \frac{1}{2} \sum_i \left| \frac{group_i}{group_{total}} - \frac{nongroup_i}{nongroup_{total}} \right|.$$

Si dimostri che può anche essere scritto come

$$\mathbf{Dissimilarity\ Index} = \frac{1}{2(1-P)} \sum_i \left| \frac{group_i}{group_{total}} - \frac{total_i}{total_{total}} \right| \quad (1)$$

dove  $P$  la percentuale di  $group$  sul totale della popolazione.

### Esercizio: Segregazione urbana in base al reddito

Nell' modello di segregazione urbana la popolazione totale è pari a 1. La funzione di utilità del tipo di abitante  $j$  nel quartiere  $i$  è

$$U_j^i = W - H^i - T^i + \alpha_j v(P^i) \quad (2)$$

dove  $W$  è il reddito,  $H^i$  è il costo delle abitazioni,  $T^i$  sono i costi di trasporto, mentre il termine  $\alpha_j v(P^i)$  rappresenta lo spillover sociale, funzione della quota di poveri nella zona ( $P^i$ ). I due quartieri in cui è divisa l'area urbana sono la città, *City*, e la campagna, *Suburb*. Il prezzo delle case in campagna è costante e pari a  $K$ . In città ci sono  $C$  case, ed i costi di trasporto sono pari a  $\tau$ . In campagna ci sono  $1 - C$  case ed i costi di trasporto sono  $\tau + \Delta$ . I due tipi di abitanti sono i poveri, indicati con il pedice  $j = P$ , ed i ricchi, indicati con il pedice  $j = R$ . La quota totale di poveri nella popolazione è anch'essa indicata con  $P$ . Si assuma inoltre che  $\alpha_P > \alpha_R$ . Si chiede di rispondere alle seguenti domande.

1. Nel caso del mixing equilibrium spaziale, tale per cui  $P^{City} = P^{Suburb} = P$ , si determini il prezzo di equilibrio delle case in città. Si determini in questo caso l'utilità indiretta sia dei poveri che dei ricchi.
2. Nel caso di equilibrio di segregazione dei poveri in città, si determini il prezzo di equilibrio delle case in città. Si determinino le utilità indirette dei poveri e dei ricchi sia in città che in campagna.
3. Nel caso di equilibrio di segregazione dei ricchi in città, si determini il prezzo di equilibrio delle case in città. Si determinino le utilità indirette dei poveri e dei ricchi sia in città che in campagna.

Si consideri ora il modello di segregazione che mette in rilievo il ruolo delle diverse **esigenze abitative** di poveri e ricchi. In questo caso la funzione di utilità è

$$U_j^i = W - T_j^i - H_j^i$$

I poveri hanno bisogno di una unità di terra per vivere, mentre i ricchi hanno bisogno di  $\lambda_{Land} > 1$  unità. In città i costi di trasporto sono pari a  $\tau$  per entrambi i tipi di abitanti, mentre, se si vive in campagna, sono pari a  $\tau + \Delta$  per i poveri e  $\tau + \lambda\Delta$  per i ricchi, con  $\lambda > 1$ . Si indichi con  $D$  la differenza di prezzo di una unità di terra tra città e campagna. Si consideri l'equilibrio di segregazione dei poveri in città.

1. A quanto è uguale  $D$  nell'equilibrio di segregazione dei poveri in città? Quale condizione deve essere verificata affinché questo equilibrio esista? Si dia l'interpretazione economica di questa condizione collegandola anche all'elasticità rispetto al reddito dei costi di trasporto e della domanda abitativa.

### Esercizio: Equilibrio spaziale tra le città e ruolo delle amenità

Si consideri l'Argomento 3 relativo all'equilibrio spaziale tra le città ed al ruolo delle amenità.

Consideriamo l'insieme delle città di un certo Paese, ordinate per dimensione.

1. Si scriva una generica *rank-size rule* che leghi appunto per ogni  $j$ -esima città la dimensione ( $size_j$ ) alla posizione nella graduatoria delle città in termini di dimensione ( $rank_j$ ). Quando si può dire che una *rank-size rule* verifica la Legge di Zipf?

Passiamo ora ad analizzare l'equilibrio nel consumo, nel settore di produzione e nel mercato delle case nel modello con le amenità.

1. Ci sono  $N$  consumatori, ciascuno con funzione di utilità  $U(C, H; \theta) = \theta C^{1-\alpha} H^\alpha$ , dove  $C$  e  $H$  sono, rispettivamente, le quantità consumate del bene generico e delle abitazioni, mentre  $\theta$  è il parametro esogeno che cattura le amenità presenti nella città. Il vincolo di bilancio si può esprimere come  $C + r_H H = W$ , dove  $r_H$  è il prezzo di una unità di abitazione, mentre  $W$  è il salario. Infine, sia dato un livello dell'utilità di riserva pari a  $\underline{U}$ .

Si determini la condizione di equilibrio relativa all'utilità indiretta che deve valere.

2. Nel settore di produzione, la funzione di ricavo di un singolo produttore è data da  $An^\beta k^\gamma z^{1-\beta-\gamma}$ , dove  $A$  è la produttività della singola città,  $n$  è l'occupazione,  $k$  è il capitale mobile, e  $z$  è il capitale immobile. Il prezzo di una unità di lavoro è  $W$ , il prezzo di una unità di capitale mobile è 1. La città ha in totale una offerta fissa di capitale immobile  $\bar{Z}$ .

Si scrivano le condizioni del prim'ordine relative alla massimizzazione del profitto del singolo produttore rispetto a  $n$  e  $k$  e, a partire da queste, si ricavi la condizione che individua la domanda di lavoro aggregata della città nello spazio  $(W, N)$ .

3. Il settore delle costruzioni di case è modellizzato prescindendo da una particolare struttura spaziale all'interno della città ma si ipotizza solo un prezzo endogeno della terra pari a  $p_L$  ed una offerta di terra fissata in  $\bar{L}$  unità. Il prezzo endogeno delle case è indicato con  $p_H$  e la funzione di costo totale per produrre case alte  $h$  su una unità di terra è  $c(h) = ch^\delta$ , con  $\delta > 1$ .

Si scriva la funzione obiettivo dei costruttori, determinando le condizioni del prim'ordine relative alla massimizzazione rispetto a  $h$  e  $L$ , ed inoltre si ricavi l'espressione del prezzo endogeno  $p_H$  rispetto alle variabili esogene, sotto l'ipotesi che  $r_H = \mu p_H$  (il prezzo di affitto,  $r_H$ , è un multiplo del prezzo a cui vengono vendute le case,  $p_H$ ).

## SEZIONE B

**Esercizio sulla Reading List** (Concorre a formare 5 punti assieme alla presentazione in classe)

1. Si consideri l'articolo di Ottaviano e Peri (2006). Gli autori stimano le seguenti due equazioni a partire dal loro modello alla Rosen-Roback:

$$\log(\bar{w}_{US,c,t}) = \beta_1(Controls_{c,t}) + \beta_2(div_{c,t}) + e_c + e_t + \varepsilon_{c,t}$$

$$\log(\bar{r}_{US,c,t}) = \gamma_1(Controls_{c,t}) + \gamma_2(div_{c,t}) + e_c + e_t + \varepsilon_{c,t}$$

Si riportano di seguito i risultati delle stime di base presentati nella Tabella 3.

**Table 3.** Basic Wage and Rent Specifications

Dependent variable Specification:	Average log wage for US-born workers						Average log rent for US-born residents		
	I Base 1 wage	II 4 school groups	III Polynomial school	IV Base 1, Pop. weighted	V Include empl.	VI Base 2 wage	VII Base 1 rent	VIII With population and income	XI Base 2 rent
Average schooling	0.11** (0.01)			0.11* (0.01)	0.11** (0.01)	0.10** (0.01)			
4 School groups		Yes							
Quartic in schooling ln(income per capita)			Yes					0.67** (0.08)	
ln(employment)					0.02 (0.02)				
ln(population)								0.03 (0.04)	
Diversity index	1.27** (0.30)	1.17** (0.36)	1.29** (0.30)	1.37** (0.23)	1.29** (0.29)		1.90* (0.60)	0.95** (0.50)	
Share of foreign born						0.57** (0.11)			1.13** (0.24)
Diversity index among foreign born						0.14* (0.08)			0.12 (0.16)
City fixed effects	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Time fixed effects	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
R <sup>2</sup> (excluding city and time fixed effects)	0.10	0.14	0.12	0.11	0.10	0.12	0.30	0.30	0.31
Observations	320	320	320	320	320	320	320	320	320

Specification I–VI: Dependent variable is logged average yearly wage of white, US-born, males 40–50 years expressed in 1990 US\$.

Specification VII–IX: Dependent variable is logged average monthly rent per room paid by white, US born 16–65 years of age, expressed in 1990 US\$.

\*\*Significant at 5%, \* significant at 10%.

In parenthesis: heteroskedasticity-robust standard errors.

Si spieghi in che modo guardando ai segni (ed alla significatività statistica) di  $\beta_2$  e  $\gamma_2$  possiamo dedurre qual è l'effetto dominante che lega diversità etnica a salari/rendite nelle città americane, se è quello operante tramite la produttività del settore del bene finale oppure se è quello operante sul livello di utilità dei consumatori.